

GEOMETRIA ANALÍTICA 2D

- 1.- Donats els vectors $a = (1, 0)$ i $b = (3, -1)$ determineu els vectors $a + b$, $a - b$, $2a + b$, $2(3a + b)$
- 2.- Dividiu el segment d'extremes $A(-2, 2)$ i $B(4, 4)$ en tres parts iguals.
- 3.- Demostreu que els punts $A(1, 2)$, $B(4,5)$ i $C(5,6)$ estan alineats.
- 4.- Trobeu l'angle que formen els vectors $(2,3)$ i $(-3,4)$.
- 5.- Determineu m per tal que el vector $(2,m)$ sigui perpendicular al $(3,3)$
- 6.- Donats els vectors $a = (3,4)$ i $b = (-1,2)$ determineu: a) producte escalar b) mòdul de a i b
c) mòdul de $a+b$ d) són perpendiculars?
- 7.- Trobeu un vector unitari perpendicular al vector $(3,4)$.
- 8.- Classifiqueu el triangle que té per vèrtex $A(0,0)$, $B(2,1)$, $C(1,2)$.
a) segons els angles b) segons els costats
- 9.- Trobeu en forma vectorial, paramètrica, contínua, explícita, implícita i canònica de la recta que passa pels punts $A(1,2)$, $B(2,-3)$
- 10.- Donada la recta $3x + 2y - 1 = 0$ escriviu-la en les formes paramètrica, contínua, explícita i canònica.
- 11.- Trobeu l'equació de la recta que passa pel punt $(1,1)$ i forma un angle de 120° amb l'eix x positiu.
- 12.- Trobeu l'equació de la recta que passa pel punt $(-8,-3)$ i per la intersecció de les rectes $2x - y = 1$ i $3x + 2y = 26$
- 13.- Trobeu l'equació de la recta que és paral·lela a la recta $3x + 2y - 1 = 0$ i que passa per l'origen de coordenades.
- 14.- Trobeu l'equació de la recta que passa pel punt $(-2,0)$ i és normal a la recta que té d'abscissa i ordenada a l'origen els valors 2 i 3 respectivament.
- 15.- Donades les rectes $x + ay + 1 = 0$ i $3x + y + b = 0$ determineu a i b perquè siguin paral·leles entre sí.
- 16.- Busqueu els valors m i n perquè les rectes $2x + 2y - 5 = 0$ i $mx - 7y + 7n = 0$ siguin coincidents.
- 17.- D'un paral·lelogram ABCD sabem els punts $A(8,2)$, $B(0,0)$, $C(5,6)$. Busqueu el quart vèrtex D i les equacions de les diagonals.
- 18.- Trobeu l'equació de la recta que passa pel punt $(0,2)$ i és perpendicular a la recta $3x - 2y + 1 = 0$
- 19.- Busqueu les coordenades del punt que equidista de l'origen de coordenades i dels punts $P(4,3)$ i $Q(2,-5)$.
- 20.- Trobeu la distància del punt $(0,2)$ a les rectes: a) $3x - 4y - 2 = 0$ b) $y = 2x + 1$ c) $x = t$ $y = 2 + t$
- 21.- Trobeu la distància entre les rectes $2x + 3y + 4 = 0$, $4x + 6y + 4 = 0$
- 22.- Trobeu C a la recta $3x - y + C = 0$ perquè la distància a la recta paral·lela $3x - y + 1 = 0$ sigui 2
- 23.- Busqueu les equacions de les rectes que passen pel punt $(2,1)$ i disten $6/\sqrt{13}$ del punt $(2,-1)$.
- 24.- Busqueu l'equació de cada una de les rectes paral·leles a la recta $3x - 4y + 4 = 0$ i que distin d'ella una unitat.
- 25.- Trobeu l'angle que formen les rectes $x - y = 0$ i $2x - 3y + 1 = 0$
- 26.- Trobeu l'angle que formen les rectes $3x - y + 1 = 0$ i $-x - y + 1 = 0$
- 27.- trobeu l'equació de la recta que passa pel punt $(-2,4)$ i que forma un angle de 135° amb la recta $y - 2x = 0$
- 28.- Un triangle té de vèrtex $A(1,2)$, $B(3,1)$ i $C(-3,0)$. a) Trobeu l'àrea del triangle. b) Trobeu el perímetre.
- 29.- Busqueu la mediatriu del segment determinat pels punts d'intersecció de la recta $x + 2y - 4 = 0$ i els eixos de coordenades.
- 30.- Trobeu l'equació de la recta perpendicular a la recta $2x - 3y + 7 = 0$ i que passi pel punt mitjà del segment determinat pels punts $(-4,2)$ i $(0,0)$.
- 31.- Busqueu l'equació de la recta que passant pel punt d'intersecció de les rectes d'equacions $2x - y + 2 = 0$ i $x - y + 1 = 0$ formi amb els eixos de coordenades un triangle d'àrea igual a $3/2$ cm^2 .
- 32.- Busqueu un punt situat a la recta $3x - 5y + 25 = 0$ que equidisti dels punts $A(3,4)$ $B(7,8)$.
- 33.- En la recta $3x + 4y + 1 = 0$, calculeu els punts que distin del punt d'abscissa $x=1$ d'aquesta recta un longitud igual a 5 unitats.

LLOCS GEOMÈTRICS I CÒNIQUES

- 1- Quina és l'equació de la circumferència que té el centre en el punt a(-2,3) i radi r = 3
- 2- Quin és el centre i el radi de la circumferència que té d'equació: $x^2+y^2+4x-4y-1=0$
- 3- Determina si els punts B(-1,3) i C(0,2) són interiors, exteriors o pertanyen a la circumferència del problema anterior
- 4- La mateixa pregunta pels mateixos punts i referit a la circumferència del problema 1
- 5- Troba l'equació d'una el·lipse que té el semieix principal 4 i una excentricitat 0,5.
- 6- Donada l'el·lipse a=4 i b=3, determina l'excentricitat
- 7- Determina l'equació de la circumferència que passa pels punts A(2,0), B(-1,0) i C(0,3)
- 8- Quina és l'equació de la circumferència que té de centre A(-2,-2) i passa pel punt (0,0)
- 9.- Determina la intersecció de la circumferència $x^2 + y^2 = 9$ amb l'el·lipse d'equació $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$
- 10- Calcula el lloc geomètric dels punts del pla que equidisten de la recta $y=2$ i del punt A(0,2). Quina figura obtens?
- 11- Calcula el lloc geomètric dels punts del pla que equidisten dels punts A(3,4) i B(-1,2).
- 12- Troba el lloc geomètric dels punts del pla la raó de distàncies dels quals als punts A(3,0) i B(-3,0) és igual a 1/3.
- 13- Calcula l'equació de l'el·lipse els focus de la qual són els punts F(3,0) i F'(-3,0), sabent que la suma de distàncies d'un punt qualsevol als focus és 10.
- 14- Estudia la posició relativa de les figures següents i, si es tallen, calcula'n els punts de tall:

a) $x^2+y^2+4x-2y-4=0$	b) $x^2+y^2+2x-4y-20=0$
2x-y=4	$x^2+y^2-2x-2y-18=0$
- 15.- Calculeu la potència del punt (5,4) respecte de la circumferència $x^2 + y^2 +4x+2y=11$
- 16.- Trobeu l'eix radical de les circumferències $x^2 + y^2 +4x-6y=-4$ i $x^2 + y^2 -2y=3$
- 17.- Trobeu el centre radical de les tres circumferències següents:
 $x^2 + y^2 -4x-6y+12=0$ $x^2 + y^2 -6x+6y+14=0$ $x^2 + y^2 +6x+4y+4=0$

- 18.- Trobeu l'equació de la circumferència tangent a $x^2 + y^2 +4x-6y=-4$ i que tingui el centre en el punt (0,0)
- 19.- Trobeu l'equació de la circumferència tangent a $x^2 + y^2 +4x-6y=-4$ i que tingui el centre en el punt (0,3)

TRIGONOMETRIA

- 1.- Expressen en graus els angles que a continuació es donen en radiant:

a) $\pi/2$	b) $\pi/3$	c) $\pi/6$	d) $5\pi/6$	e) 1	f) 3π	g) $2\pi/3$
------------	------------	------------	-------------	------	-----------	-------------
- 2.- Expressen en radiant els angles que a continuació es donen en graus:

a) 30°	b) 15°	c) 270°	d) 225°	e) -240°	f) 540°
---------------	---------------	----------------	----------------	-----------------	----------------
- 3.- Expressen en funció dels angles de 30° , 45° i 60° , el sin, cos i tg dels angles :

a) 120°	b) 150°	c) 225°	d) 240°	e) 300°
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------
- 4.- Expressen en funció dels angles del primer quadrant:

a) sin 237	b) cos 260	c) tg 306	d) cos 100	e) tg 130
f) cotg 125	g) sin 91	h) tg 350	i) cos 284	j) sin 359
- 5.- Expressen en funció de a i b (sin 50 = a i cos 20 = b) les següents expressions:

a) sin 230	b) cos 230	c) tg 230	d) cos 340	e) tg (-20)	f) sin 70
g) cos 40	h) sin 130	i) cos 340			
- 6.- Sabent que sin A = 0.6, trobeu cos A, tg A, cotg A, sec A, i cosec A.
- 7.- Sabent que cos B = -1/3 trobeu sin B, tg B i sec B
- 8.- Sabent que tg C = -0.5, trobeu les altres raons trigonomètriques de l'angle C
- 9.- Sabent que tg x=-2 i que és un angle del segon quadrant, determina les altres raons trigonomètriques
- 10.- Determina els angles x que satisfan les següents relacions:

a) sin x= 0.94	b) sin x= 0	c) sin x= - 0.77	d) sin 2x=- 1
----------------	-------------	------------------	---------------
- 11.- Determineu els angles x que satisfan les següents relacions

a) cos x= 0.5	b) cos x= - 0.5	c) cos x= -1	d) cos 3x=0
---------------	-----------------	--------------	-------------
- 12.- Determineu els angles x que satisfan:

a) sin x= 0.64	b) tg x= -0.36	c) tg x= 2.75	d) tg 2x= 0
----------------	----------------	---------------	-------------

13.- Determineu aquells angles compresos entre 0 i 360° que compleixen les relacions:

- a) $x = \arcsin(-0.77)$ b) $x = \operatorname{arccotg}(-1.19)$ c) $x = \arccos 0$
 d) $x = \arccos(-0.2)$ e) $x = \operatorname{arcsec} 2$ f) $x = \arcsin(1/2)$

14.- Determineu x en les següents relacions:

- a) $\sin x = \sin 30$ b) $\cos x = \cos 120$ c) $\cos x = \cos 20$
 d) $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} 100$ e) $\cos x = \cos(-50)$ f) $\cos 2x = \cos 40$

15.- Trobeu el valor de l'angle x en les següents igualtats:

- a) $\cos(x/2) = \cos 30$ b) $\sin(x+30) = \cos(2x)$ c) $\cos(2x+20) = \cos(x-20)$
 d) $\sin 2x = \cos(x-30)$

16.- Trobeu el valor de l'angle x:

- a) $\cos(30-x) = \cos(2x-60)$ b) $\sin x = 2 \cos x$
 c) $\operatorname{tg} 3x = \operatorname{tg}(x-30)$ d) $\sin 2x = \cos$

(x-30)

17.- Trobeu el valor de les expressions

- a) $\cos 2x - 4 \sin x$ si $x = 90^\circ$
 b) $\sin^2 x + \cos^2 x + \operatorname{tg}^2 x$ si $x = 180^\circ$
 c) $\operatorname{tg}^2 x (1 + \sin^2 x)$ si $x = 0^\circ$

18.- Demostreu la següent identitat $(\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x)^2 = \sec^2 x \cdot \operatorname{cosec}^2 x$

19.- Demostreu la identitat

$$\frac{\sin^4 x - \sin^2 x}{\cos^4 x - \cos^2 x} = 1$$

20.- Aplicant les fórmules d'addició d'angles ($\sin(a+b)$ etc...) simplifiqueu

- a) $\sin(90+a)$ b) $\cos(90+a)$

21.- Sabent que a, c i b són tres angles que sumen un recte demostreu que:

$$\operatorname{tga} \cdot \operatorname{tgb} + \operatorname{tgb} \cdot \operatorname{tgc} + \operatorname{tga} \cdot \operatorname{tgc} = 1$$

22.- Demostreu la igualtat següent:

$$\cos(a+b) \cos(a-b) = \cos^2 a - \sin^2 b$$

23.- Demostreu que si A, B i C són els angles d'un triangle

$$\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C = \operatorname{tg} A \operatorname{tg} B \operatorname{tg} C$$

24.- Demostreu que si ABC és un triangle rectangle llavors

$$\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C$$

25.- Demostreu la identitat:

$$\frac{\operatorname{cotg} a - \operatorname{tga}}{\operatorname{cotg} a + \operatorname{tga}} = \cos 2a$$

26.- Demostreu la identitat: $(\operatorname{cosec} x + \operatorname{cotg} x)(\operatorname{cosec} x - \operatorname{cotg} x) = 1$

27.- Demostreu que:

$$\sin x = \frac{2 \operatorname{tg}(x/2)}{1 + \operatorname{tg}^2(x/2)} \quad \frac{1 - \operatorname{tg}^2(x/2)}{1 + \operatorname{tg}^2(x/2)}$$

28.- Demostreu que: $\frac{\sin 5a + \sin a}{\sin 3a - \sin a} = 1 + 2 \cos 2a$

29.- Transformeu en productes les expressions

- a) $\cos 36 + \cos 48$ b) $1 + \sin A$ c) $\sin A + \sin 3A + \sin 9A - \sin 5A$

30.- Transformeu en productes les expressions

- a) $\sin 4A + \sin 2A + \sin 12A - \sin 6A$ b) $\cos a + \cos 3a + 2 \cos 2a$ c) $1 + \operatorname{tg} 25$

31.- Demostreu que: $(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2 = 4 \cos^2 \frac{a+b}{2}$

32.- Demostreu que: $\operatorname{tg} 2x + \sec 2x + \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} = 0$

33.- Expressa $\sin 3a$ i $\cos 3a$ en funció de $\sin a$ i $\cos a$

34.- Demostreu que $\operatorname{cosec}(a-b) = \frac{\sec a \sec b \operatorname{cosec} a \operatorname{cosec} b}{\sec a \operatorname{cosec} b - \sec b \operatorname{cosec} a}$

35.- Trobeu els angles X tal que $360 \leq x \leq 720$ i que satisfan les relacions:

- a) $\cos 2x = 0.58$ b) $\operatorname{tg}(x/2) = -1$ c) $\operatorname{cotg}(x/3) = 0$ d) $\sin 10x = -1$ e) $\sec 4x = -2/\sqrt{2}$

Resoleu les següents equacions trigonomètriques

36.- $\sin 2x = 2 \cos x$ 37.- $\sin 4x = \sin 2x$ 38.- $\sin x + \cos x = 0$ 39.- $\sec^2 z + \operatorname{tg}^2 z = 6$

40.- $\operatorname{cotg}^2 x = \operatorname{cosec} x$ 41.- $\sec x = 1 - 2 \operatorname{tg}^2 x$ 42.- $4 \operatorname{cotg}^2 t + 12 \operatorname{cosec} t + 1 = 0$

43.- $2 \sin x - \sec x = 0$ 44.- $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ 45.- $\sin 3x = \cos x$

46.- $\sin(x/2) + 2 \cos x = 3$ 47.- $\sin^2 x + \cos 2x = 1$ 48.- $2 \sin x + \cos 2x = 1$

49.- $\operatorname{tg} x + 3 \operatorname{cotg} x = 4$ 50.- $\operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x = 1$ 51.- $\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x + 3 \operatorname{cotg} x - 3 = 0$

52.- $\operatorname{tg}(x-45) + \operatorname{tg}(x+45) = 2 \operatorname{cotg} x$ 53.- $\sin 6x + \sin 4x = 2 \sin 4x$ 54.- $\sin 6x - \sin 4x = 2 \cos 5x \cos x$

55.- $\sin x + \cos x = \sec x$ 56.- $3 \cos x - 1 + \operatorname{tg}^2(x/2) = 0$ 57.- $2 \sin^2 x - 4 \cos^2 x + \sin 2x = 0$

58.- $\cos 2x - \cos x = \sin(x/2)$ 59.- $\sin 9x + \sin 5x + 2 \sin^2 x = 1$ 60.- $\sqrt{3} \operatorname{tg} x = 4 \sin^2 x$

61.- Resoleu el sistema d'equacions $\begin{cases} \sin(x+y) = 1 \\ \sin(x-y) = 0.5 \end{cases}$

62.- Ídem $\begin{cases} \sin^2 x + \cos^2 y = 0.75 \\ \cos^2 x - \sin^2 y = 0.75 \end{cases}$

63.- Ídem $x + y = 90$
 $\sin x + \sin y = \sqrt{6}/2$

64.- Ídem $\sin x + \sin y = 3/2$
 $\cos \frac{x-y}{2} = \sqrt{3}/2$

65.- Ídem $x - y = 45$
 $\operatorname{tg} x = \operatorname{cotg} y$

66.- Ídem $\sin x \cos y = 3/4$
 $\cos x \sin y = 1/4$

67.- Resoleu les inequacions trigonomètriques

a) $\sin x < 0.18$	$0 \leq x \leq 360$
b) $\sin 2x > 0$	$0 \leq x \leq 360$
c) $\sin x + \cos x > 0$	$0 \leq x \leq 360$

Elimina z en les següents parelles d'equacions:

68.- $x = \sin z$ $y = \cos z$ 69.- $x = a \operatorname{cosec} z$ $y = b \operatorname{cotg} z$

70.- $x = 1 - \sin z$ $y = 1 + \cos z$ 71.- $x = 2 \operatorname{tg} z$ $y = 3 \cos z$

Demostra les següents identitats

72.- $(\sec^2 x + \operatorname{tg}^2 x)(\operatorname{cosec}^2 x + \operatorname{cotg}^2 x) = 1 + 2 \sec^2 x \operatorname{cosec}^2 x$

73.- $(1 + \sin x + \cos x)^2 = 2(1 + \sin x)(1 + \cos x)$

74.- $\frac{\operatorname{cosec} A}{\operatorname{cosec} A \sin A} = \sec^2 A$

75.- $\frac{\operatorname{cotg} a \operatorname{cotg} b - 1}{\operatorname{cotg} a + \operatorname{cotg} b} = \cotg(a+b)$

76.- $(\sin a + \cos A)(\sin B + \cos B) = \sin(A+B) + \cos(A-B)$

77.- $\sin(x + 60^\circ) = \sin(120^\circ - x)$

78.- Demostra que $\sin 3A = 3 \sin A - 4 \sin^3 A$

79.- Resol l'equació $\sin x + 2 \cos x = 1$ amb les fórmules de l'angle meitat $\operatorname{tg}(x/2)$

80.- Expressa $3 \cos x + 4 \sin x$ en la forma $m \cos(x-s)$. Troba els valors de m i s

81.- Ídem a) $4 \sin x - 3 \cos x$ b) $\cos x + 3 \sin x$

82.- Resol l'equació $\sin x + 2 \cos x = 1$ aplicant la tècnica de l'exercici 81

83.- Expressa com a suma o diferència

a) $2 \sin 2x \cos x$
b) $-2 \sin x \sin 3x$
c) $2 \cos 3x \cos 2x$

84.- Demostra les següents identitats: a) $(1 - \cos A)(1 + \sec A) = \sin A \operatorname{tg} A$

b) $(\operatorname{cosec} A - \sin A)(\sec A - \cos A) = 1/(\operatorname{tg} A + \operatorname{cotg} A)$

85.- Elimina A de les igualtats:

a) $x = 2 \cos A$	b) $x = \sec \alpha$	c) $x = 2 + \operatorname{tg} \alpha$
$y = 3 \sin A$	$y = \operatorname{tg} \alpha$	$y = 2 \cos \alpha$

86.- Resol les equacions trigonomètriques:

a) $3 \sec^2 x - 5 \operatorname{tg} x - 4 = 0$
b) $2 \cos^2 x - \sin x = 1$ (entre 0 i 360)
c) $\sec^2 x + \operatorname{tg}^2 x = 6$
d) $4 \cos^2 x + 5 \sin x = 3$
e) $\operatorname{tg} x + 3 \operatorname{cotg} x = 5 \sec x$

87.- Demostra la següent identitat:

a) $\operatorname{cotg} A + \operatorname{tg} A = \sec A \operatorname{cosec} A$
b) $\frac{\cos A}{1 - \operatorname{tg} A} + \frac{\sin A}{1 - \operatorname{cotg} A} = \sin A + \cos A$

88.- Resol les equacions trigonomètriques: a) $5 \cos x - 4 \sin^2 x = 2$ b) $4 \sec^2 x - 3 \operatorname{tg} x = 5$

89.- Simplifica: a) $\frac{1 - \sec^2 A}{1 - \operatorname{cosec}^2 A}$ b) $\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}$

90.- Demostra les següents identitats: a) $\operatorname{tg}^2 A + \cos^2 A = (\sec A - \sin A)(\sin A + \sec A)$
 b) $(\sec^2 A + \operatorname{tg}^2 A)(\operatorname{cosec}^2 A + \operatorname{cotg}^2 A) = 1 + 2 \sec^2 A \operatorname{cosec}^2 A$

91.- Resol les equacions següents (per angles compresos entre 0 i 360°)

a) $\cos(45^\circ - x) = \sin(30^\circ + x)$
b) $3 \sin x = \cos(x + 60^\circ)$
c) $\sin(x + 60^\circ) = \cos x$

92.- Resol les equacions:

a) $\cos 2x + 3 \sin x = 2$
b) $\cos 2x = \sin x$
c) $\sin 2x - 1 = \cos 2x$

GEOMETRIA TRIGONOMÈTRICA

- 1.- Resoleu un triangle rectangle isòsceles que té els catets de 30 m.
- 2.- Una ermita es troba en una plaça horitzontal plana. A 100m del peu del campanar una persona veu la punxa del campanar amb una visual que forma un angle de 10° . Calculeu l'altura del campanar.
- 3.- Un rombe té les diagonals de 10 i 8 m. Trobeu els seus angles.
- 4.- L'altura relativa a la hipotenusa d'un triangle rectangle val 30 cm i la hipotenusa val 80 cm. Quan valen els catets i els angles.
- 5.- La hipotenusa d'un triangle rectangle val 10 cm i la projecció d'un dels catets sobre ella val 6.4 m. Calculeu els catets i els angles del triangle.
- 6.- Un triangle rectangle té una àrea de 20 cm^2 . La hipotenusa amida 10 m. Quant mesuren els angles, els catets i les projeccions d'aquests sobre la hipotenusa?
- 7.- Trobeu l'àrea d'un trapezi rectangle que té bases de 10 i 12 m i sabent que un dels angles val 60° .
- 8.- Un triangle equilàter té un costat de 20 cm. Quina és la seva àrea ?
- 9.- Un polígon regular de 6 costats (hexàgon) té un radi de 20 cm. Quina és la seva àrea ?
- 10.- Trobeu l'àrea d'un polígon regular de divuit costats que té un perímetre de 36 cm.
- 11.- Demostra que la diagonal d'un ortòedre de a, b i c de costats compleix que $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$
- 12.- La hipotenusa d'un triangle rectangle val 104 m i l'altura corresponent a la hipotenusa val 40 m. Trobeu els angles del triangle.
- 13.- El radi de la circumferència circumscrita a un triangle rectangle és de 200 m i un dels catets és de 30 m. Calculeu l'àrea del triangle.
- 14.- Resoleu el triangle $A= 40^\circ$ $B= 70^\circ$ $a= 300\text{m}$
- 15.- Ídem $A= 110^\circ$ $C= 20^\circ$ $b= 350\text{m}$
- 16.- Ídem $a= 100\text{m}$ $b= 200\text{m}$ $A= 20^\circ$
- 17.- Ídem $a= 28\text{m}$ $b= 20\text{m}$ $C= 40^\circ$
- 18.- Ídem $b= 20\text{m}$ $c= 38\text{m}$ $A= 130^\circ$
- 19.- Ídem $a= 100\text{m}$ $b= 120\text{m}$ $c= 60\text{m}$
- 20.- Ídem $a= 360\text{m}$ $b= 230\text{m}$ $A= 30^\circ$
- 21.- Ídem $c= 340\text{m}$ $b= 290\text{m}$ $B= 20^\circ$
- 22.- Resoleu el triangle i l'àrea del triangle $a= 1112$ $b=c=856$
- 23.- Demostreu que l'àrea d'un triangle ABC és $S= (bc \sin A)/2$
- 24.- Demostreu que l'àrea d'un triangle és igual $S= p \cdot r$ essent p la meitat del perímetre i r el rad de la circumferència ins-crita.
- 25.- Trobeu la longitud de cada diagonal d'un paral.lelogram de costats 30 i 40 m i sabent que un dels angles és de 45° .
- 26.- Trobeu l'àrea d'un pentàgon inscrit a una circumferència de 200m de radi.
- 27.- Trobeu l'àrea d'un decàgon inscrit a una circumferència de 120m de radi.
- 28.- Trobeu l'àrea d'un octògon circumscrit a una circumferència de 30m de radi.
- 29.- Trobeu l'àrea d'un sector circular de 120° i radi 20 cm.
- 30.- Trobeu l'àrea d'un segment circular de 60° i radi 16 m.
- 31.- Trobeu l'angle que formen les diagonals d'un cub.
- 32.- Trobeu el volum i l'àrea d'un con recte de 10 m d'altura i 15 m. de generatriu.
- 33.- Trobeu l'àrea i el volum d'un con recte de 5 m de radi i 12 m de generatriu.
- 34.- Trobeu el volum i l'àrea lateral d'un cilindre inscrit en una esfera de 10 m de radi sabent que el radi de la base del cilindre és de 3 m.
- 35.- Trobeu el volum i l'àrea d'un cilindre circumscrit a una esfera de 10 m de radi.
- 36.- Trobeu el volum d'un cilindre de 3 m de radi sabent que la seva àrea és de 160 m^2 .
- 37.- Trobeu l'àrea i el volum d'una esfera circumscrita a un con de 12 m de generatriu i 10 m d'altura.
- 38.- Trobeu el volum d'una esfera de superfície 30 m^2 .

39.- Una piràmide regular hexagonal té 10 m d'aresta lateral i el perímetre de la base és 10 m. Quines són l'àrea i el volum.

41.- Trobeu el volum d'un tetràedre de 60 m² d'àrea.

42.- Trobeu el volum d'un octàedre de 1 m d'aresta lateral.

43.- Trobeu l'àrea d'un rectangle inscrit en un triangle de 20 cm de base i 30 cm d'altura

44.- Determina l'àrea un polígon regular de 9 costats que es troba inscrit en una circumferència de 2 m de radi

45.- Demostra l'àrea d'un triangle ABC és $S = \frac{1}{2} ab \sin C$

46.- Determina l'àrea d'un segment circular de radi 2 m amb un angle del sector corresponent de 110°

47.- Demostra que la suma dels angles d'un polígon de n costats és, expressat en graus: $180(n-2)$

48.- Un sector circular de 100 cm² d'àrea té 2 radianys d'angle. Amb ell fabriquem un con de revolució. Quin serà el seu volum?

49.- Trobeu l'àrea del cercle circumscrit a un triangle isòsceles de costats 6, 6 i 4 cm.

50.- Les bases d'un trapezi rectangle són 3 i 5 cm i l'altura val 4 cm. Quin valor tenen els seus angles?

51.- Un paral·lelogram té de costats 4 i 5 cm i la seva àrea és 15 cm².

- a) Quant valen els seu angles
- b) Quant valen les diagonals
- c) Quant valen els angles que formen les diagonals

52.- Troba el volum d'un con d'àrea lateral 5π i d'àrea total 6π

53.- Un decàgon regula té 80 cm² d'àrea. Quina és l'àrea del cercle circumscrit.

54.- Un triangle rectangle es troba inscrit en una circumferència de 4 cm de radi i té una àrea 8 cm². Quant valen els catets i els angles?

55.- Una piràmide regular octogonal recta té la base circumscrita a una circumferència de 20 cm de radi i l'altura es de 40 cm. Determineu:

- a) El volum de la piràmide
- b) L'aresta lateral

56.- Un triangle té el costat $a = 12$ cm i els angles $A = 120^\circ$ i $B = 40^\circ$. Trobeu l'àrea i les tres altures

57.- Trobeu el volum que engendra un triangle rectangle d'hipotenusa 12 cm i un dels angle: aguts de 30° quan gira entorn del catet més petit 360°

58.- Un con es troba inscrit en una esfera de radi 20 cm i la seva altura és 30 cm. Determineu l'àrea lateral.

59.- Trobeu les tres altures i els tres angles d'un triangle de costats $a = 20$ cm $b = 22$ cm i $c = 2$ cm.

60.- Trobeu l'àrea d'un segment circular d'una circumferència de radi 20 cm sabent que la longitud de l'arc corresponent és de 20 cm.

INTRODUCCIÓ A LES EQUACIONS TRIGONOMÈTRIQUES:

1) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 2) $\cos x = \frac{1}{2}$ 3) $\tan x = 1$

4) $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ 5) $\cos \frac{x}{3} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 6) $\tan(x - 30) = \sqrt{3}$

7) $2\sin(2x - 60) = -\sqrt{2}$ 8) $4\cos(\frac{x}{2} - 45) = -2\sqrt{3}$ 9) $-2\tan(x + 30) = \sqrt{3}$

10) $\sin 3x = \sin(x - 30)$ 11) $\cos(x - 45) = \cos(3x)$ 12) $\tan(x - 30) = \tan x$

13) $\sin x = \cos x$ 14) $\tan x = \cotan x$ 15) $\sec(x) = \operatorname{cosec} x$

16) $\sin x = \cos 2x$ 17) $\sin^2 x = 1$ 18) $4\cos^2(x - 30) = 2$

19) $\sin^2 x = \sin x$ 20) $\cos^2(x - 30) = \cos(x - 30)$ 21) $\tan^2 x = 2\tan x$

22) $3\sin x + 4\cos x = 1$ 23) $\sin x + \cos x = 1$ 25) $\cos x - 3\sin x = -1$

26) $\tan x + \cos x = 1,7$ 27) $6\cotan(x - 30) = 5$ 28) $\sec 5x = 3$

NOMBRES COMPLEXOS

- 1.- Calculeu a) $(2 - 3i)(3 - 2i)$ b) $(1 - i)(2 + i) - (2 - 4i)(3 - 4i)$
 2.- Calculeu: $1 + \frac{1 - i}{2 + 2i} + 3 - i =$ 3.- $(1 - 2i)^2 - (3 + 2i)^2 =$ 4.- $(2 - 3i)(1 + 2i)(i - 1)i =$
 5.- Trobeu el mòdul i l'argument (expressar en forma polar) els següents complexos:
 a) $3 + 4i$ b) $2 - 2i$ c) $-1 - i$ d) $\sqrt{3} - i$
 6.- Expresses en forma binòmica els complexos: a) 2_{120° b) 1_{90° c) 3_{0° d) 2_{315°
 7.- Trobeu les solucions de l'equació de segon grau: $z^2 - 2z + 2 = 0$
 8.- Trobeu les solucions de l'equació de segon grau: $z^2 - (5i - 7)z + (6 + 17i) = 0$
 9.- Expresses en forma binòmica els complexos en forma trigonomètrica:
 a) $2(\cos 90 + i \sin 90)$ b) $1(\cos 180 + \sin 180)$ c) $3(\cos 135 + i \sin 135)$
 10.- Donats els complexos $z_1 = 3_{60^\circ}$ $z_2 = 2(\cos 120 + i \sin 120)$ $z_3 = -i$. Efectuar en forma polar les següents operacions: a) $z_1 \cdot z_2$ b) z_1 / z_2 c) $z_1 \cdot z_2 / z_3$ d) $z_2 z_3 / z_1$
 11.- Ídem: a) $(z_1)^2$ b) $(z_2)^{20}$ c) $(z_1)^{10}$ 12.- Trobeu les arrels cinquenes de $-i$.
 13.- Aplicant el binomi de Newton efectuar les operacions: a) $(1 - i)^6$ b) $(1 + i)^8$
 14.- Resoleu l'equació $(z + i)^4 - (z - i)^4 = 0$
 15.- Aplicant la fórmula de Moivre trobeu: a) $\sin 5a$ b) $\cos 5a$ c) $\cos 4a$ d) $\sin 4a$
 16.- Trobeu m i n de manera que $(m + 2i)(4 - ni) = 18 - i$
 17.- Trobeu m i n de manera que $(1 + ni)^2 = -3 + ni$
 18.- Trobeu un complex que sumat amb $(1 + i)/(2 - 2i)$ dona de mòdul 2 i argument 45° .
 19.- Trobeu dos complexos conjugats que difereixen $6i$ i que el quocient és imaginari pur.
 20.- Trobeu z sabent que $z^3 = 27$ 21.- Trobeu les arrels quartes del complex $-4 + 4i\sqrt{3}$
 22.- Trobeu les arrels cinquenes de la unitat real. 23.- Resoleu l'equació $z^3 + z^2 + z + 1 = 0$
 24.- Resoleu l'equació $z^8 - 1 = 0$ 25.- Trobeu l'equació de segon grau que té per arrels i , $-i$.
 26.- Trobeu l'equació de segon grau que té per arrels $2 + 2i$, $3 + i$.

DOMINI, COMPOSICIÓ I FUNCIÓ INVERSA

Determineu el domini de les següents funcions

- 1.- $f(x) = \ln(x^2 + 2)$ 2.- $f(x) = \ln(x - 4)$ 3.- $f(x) = \ln(x^2 - x + 1)$
 4.- $f(x) = (x^2 + 2x + 1) \ln(x - 3)$ 5.- $f(x) = \sin^2(x - 2)$ 6.- $f(x) = \sin(1/x)$
 7.- $f(x) = \frac{x + 3}{x^2 - 4}$ 8.- $f(x) = \frac{x - 4}{x^2 - 4x + 3}$ 9.- $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

Calculeu les funcions inverses de les funcions següents

- 10.- $f(x) = 2x - 4$ 11.- $f(x) = \frac{2x - 4}{x}$ 12.- $f(x) = \frac{3x + 4}{2x + 2}$
 13.- $g(x) = +\sqrt{x}$ 14.- $g(x) = \ln(x - 3)$ 15.- $g(x) = \ln(2 - 3x)$
 16.- $y = e^{2x+1}$ 17.- $y = \arcsin x$ 18.- $f(x) = \sec x$

Donades les funcions $f(x) = 2x - 2$ $g(x) = x^3$ $h(x) = \ln x$ determineu les següents funcions compostes

- 19.- $y = f(g(x))$ 20. $y = g(g(x))$ 21.- $y = h(f(f(x)))$
 22.- $y = h(f(g(x)))$ 23.- $h(h^{-1}(x))$ 24.- $y = g(h(x))$

Representa les següents funcions definides a trams

25.- $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & x \leq 4 \\ x - 1 & x > 4 \end{cases}$ 26.- $g(x) = \begin{cases} 1/x & x < -1 \\ x^2 & -1 \leq x \leq 2 \\ 4 & x > 2 \end{cases}$

TIPUS DE FUNCIONS I LES SEVES TRANSFORMACIONS

Representa les següents funcions (sense calculadora) de forma esquemàtica

- 27.- $y = x^2$ 28.- $y = \ln(x)$ 29.- $y = \ln(x - 3)$ 30.- $y = e^x$
 31.- $f(x) = \sin x$ 32.- $f(x) = \cos x$ 33.- $f(x) = \operatorname{tg} x$
 34.- $f(x) = |x|$ 35.- $f(x) = |x^2 - 1|$

LÍMITS:

LIMITS INFINITS:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} (5x^3 - 4x^2 + 2x - 3) =$

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} (-4x^4 + 3x^2 - 5) =$

3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{x} =$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 2x}{3x^3 - 3} =$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 3}{5x^2 - 5x} =$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^7 - 2x^3}{5x^2 - 3x^5} =$

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^3 - 4x}{5x + 3} =$

8) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^7 - 5x^3 + 2x^2 + 1}{-3x^4 - 7x^3 + 4x^2 + 2x - 1} =$

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^9 - 4x^3 + 2x}{-3x^{10} + 4x^3} =$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - 4x^3}{2x - 4x^5} =$

11) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x^5}{4x - 3} =$

12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^5 - 4x}{3x - 2x^6} =$

13) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x^5}{5x - 4x^5} =$

14) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x}{-x - 3} =$

15) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x^4 - 3x}{2x^2 - 5x^3} =$

16) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 - 2x^3 - 4x}{-3x^6 + 2x} =$

17) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 6x^3}{4x - 5x^3} =$

18) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{4x^2 - 3x}{16x - 3}} =$

19) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 4}}{\sqrt{5x - 3}} =$

20) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{\frac{8x^3 - x}{27x^3 - 3}} =$

21) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^4 - 2x}}{\sqrt[3]{5x^3 - 3x}} =$

22) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x - 3x^2}{\sqrt{x^3 - 3}} =$

23) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[5]{4x^3 - 3x}}{\sqrt[4]{3x^5 - 4x^6}} =$

24) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{5 - 3x^2}{5x - 3}} =$

25) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 3x}}{\sqrt[3]{5x^3 - 3x}} =$

26) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^3 - 3x}}{\sqrt[3]{5x^3 - 3x}} =$

27) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x - 3}}{\sqrt[3]{5x^3 - 3x}} =$

28) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{4x^3 - 3x}}{\sqrt[3]{5x^3 - 3x}} =$

29) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{\sqrt{x - 3}} =$

30) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{x^2 - 3x}{x^3}} =$

31) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{5x^2 - 3x}{-x - 3}} =$

32) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{x^2}{x - 3}} =$

33) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5}{\frac{x^3}{x^4 - x}} =$

34) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3}{5x - 1} \cdot \frac{6x - 3}{4x^4} =$

35) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \cdot x^2 =$

36) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \cdot \sqrt{\frac{5x - 1}{3}} =$

37) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x - 2} \cdot \sqrt{\frac{5x^2 - x}{3x}} =$

38) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 1}{x^4} \cdot \sqrt{\frac{4x^6 - 3x}{3x - 3}} =$

39) $\lim_{x \rightarrow \infty} (4x - 3) \frac{5x - 4}{3x^2 - 2} =$

40) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x - 3}{4x} - \frac{2x - 1}{x} \right) =$

41) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 - 3}{4x} - \frac{2x^2 - 1}{x} \right) =$

42) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^3}{x - 3} - \frac{5x^2}{x - 1} \right) =$

43) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x - 3}{5x^2} - \frac{6x^3 - 3x}{5} \right) =$

44) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x - 5x^3}{3x - 1} - \frac{5x^4}{x + 2} \right) =$

45) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 - 2x}{3x} - \frac{4x - 5x^4}{x} \right) =$

46) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^2}{3x - 3} - \frac{5x}{3} \right) =$

47) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 - 1}{x^2 - 9} - \frac{5x^2}{x - 3} \right) =$

48) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x^2 - 3x}{5x^2} - \frac{3x - 2x^2}{x^2} \right) =$

49) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x^2 - 2x}{3x} - \frac{4x - 2x^3}{3x^2} \right) =$

50) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x - 1} - \sqrt{x + 1}) =$

51) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x - 1} - \sqrt{1 - x}) =$

52) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 1}) =$

53) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x + 1}) =$

54) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x - 1} - \sqrt{x^2 + 1}) =$

55) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x - 2} - \sqrt{5x - 3}) =$

56) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x-3} - \sqrt{4x-x^2}) =$

57) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{5x-1} - \sqrt[3]{4x-x^2}) =$

58) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x-2} - \sqrt{x-5}) =$

59) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{5x^2-3}{x}} - \sqrt{\frac{3x^3+4}{x^2}} \right) =$

60) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{5x^2-3}{x^2}} - \sqrt{\frac{3x^3+4}{x^2}} \right) =$

61) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2}{5x-1} \right)^x =$

62) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^2-3}{2x^2} \right)^x =$

63) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{3x^2} \right)^{x^3-3} =$

64) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x-3}{5x-1} \right)^{x^2-3} =$

65) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{5x-3} \right)^5 =$

66) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{6x-3} \right)^{x^2} =$

67) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-3x}{x-1} \right)^{x-3} =$

68) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{x} \right)^{\frac{1}{x^2-3}} =$

69) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^2-1}{x^3} \right)^{\frac{4x}{x-1}} =$

70) $\lim_{x \rightarrow \infty} (2)^{3x-3} =$

71) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2-1}{x^2} \right)^{x-3} =$

72) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{x} \right)^{\frac{1}{x-5}} =$

73) $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x)^{1-x} =$

74) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2-3}{5x-2} \right)^{\frac{4x-2}{5}} =$

75) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x =$

76) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x} \right)^x =$

77) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x} \right)^x =$

78) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{4}{x} \right)^x =$

79) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{4x} \right)^x =$

80) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{3x} \right)^{-x} =$

81) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3x}} \right)^{\frac{4}{3}x} =$

82) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4x}{3x^2-1} \right)^{x^2} =$

83) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3x^2}{2x^3+3} \right)^{-4x^3} =$

84) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3x^2}{2x^3+3} \right)^{4x} =$

85) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4x}{3x^2-1} \right)^x =$

86) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{3x} \right)^{x^3} =$

87) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2}{3x^2-1} \right)^x =$

88) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^3-2x}{4x^3} \right)^{x^2-3} =$

LIMITS MENYS INFINITS:

89) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (5x^3 - 4x^2 + 2x - 3) =$

90) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^4 + 3x^2 - 5) =$

91) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+1}{x} =$

92) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2+2x}{3x^3-3} =$

93) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3-3}{5x^2-5x} =$

94) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^7-2x^3}{5x^2-3x^5} =$

95) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3-4x}{5x+3} =$

96) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^7-5x^3+2x^2+1}{-3x^4-7x^3+4x^2+2x-1} =$

97) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^9-4x^3+2x}{-3x^{10}+4x^3} =$

98) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^5-4x^3}{2x-4x^5} =$

99) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x-3}}{\sqrt[3]{5x^3-3x}} =$

100) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{4x^3-3x}}{\sqrt[3]{5x^3-3x}} =$

101) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-3x}}{\sqrt{x-3}} =$

102) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x-3}{4x} - \frac{2x-1}{x} \right) =$

103) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x^2-3}{4x} - \frac{2x^2-1}{x} \right) =$

104) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1}) =$

105) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x-1} - \sqrt{1-x}) =$

106) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2-1} - \sqrt{x^2+1}) =$

107) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2-1} - \sqrt{x+1}) =$

108) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x-1} - \sqrt{x^2+1}) =$

109) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x^2}{5x-1} \right)^x =$

$$110) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4x^2 - 3}{2x^2} \right)^x =$$

$$111) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{3x^2} \right)^{x^3-3} =$$

$$112) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x-3}{5x-1} \right)^{x^2-3} =$$

$$113) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-1}{5x-3} \right)^5 =$$

$$114) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x =$$

$$115) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x} \right)^x =$$

$$116) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x} \right)^x =$$

$$117) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{4}{x} \right)^x =$$

$$118) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2}{3x^2 - 1} \right)^x =$$

$$119) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^3 - 2x}{4x^3} \right)^{x^2-3} =$$

LÍMITS FINITS:

$$120) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{3x^2 - 1}{2x} \right) =$$

$$121) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x-1}{3x-3} \right) =$$

$$122) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{\sqrt{x-3}} =$$

$$123) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3x-3}{4x} - \frac{2x-1}{x} \right) =$$

$$124) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x^2 - 3}{4x} - \frac{2x^2 - 1}{x} \right) =$$

$$125) \lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1}) =$$

$$126) \lim_{x \rightarrow 1} \left(1 + \frac{4x}{3x^2 - 1} \right)^x =$$

$$127) \lim_{x \rightarrow 1} \left(1 + \frac{2}{3x} \right)^{x^3} =$$

$$128) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3x^2}{3x^2 - 1} \right)^x =$$

$$129) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{4x^3 - 2x}{4x^3} \right)^{x^2-3} =$$

$$130) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} =$$

$$131) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} =$$

$$132) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-1)^2} =$$

$$133) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2}{x+1} =$$

$$134) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x+2} =$$

$$135) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x-1} =$$

$$136) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4}{x-2} =$$

$$137) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x-1} =$$

$$138) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x+1} =$$

$$139) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{x^2 - 9} =$$

$$140) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2} =$$

$$141) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 4x - 5} =$$

$$142) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^6 - 3x^4 + 4x^3}{x^5 + 3x^3 - x^2} =$$

$$143) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x + 1}{5x - 3} =$$

$$144) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x + 4}{x-2} =$$

$$145) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 3}{x-1} \right)^{\frac{1}{(x-2)^2}} =$$

$$146) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 8}{x-2} \right)^{\frac{1}{(x-3)^2}} =$$

$$147) \lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\frac{1}{(x-1)^2}} =$$

$$148) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{2x-4} =$$

$$149) \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 3}{x - \sqrt{3}} =$$

DERIVADES

1.- Aplicant la definició de derivada determineu:

- a) la derivada de la funció $f(x) = x^3$ en el punt $x=2$
- b) la derivada de la funció $y = 1/x$ en el punt $x=2$

2.- Aplicant la definició de derivada trobeu les funcions derivades de:

- a) $f(x) = 1/x^2$
- b) $g(x) = (x + 1)^2$

3.- Aplicant la definició de derivada determineu:

- a) $y'(0)$ si $y = (2 - x)^2$
- b) $y'(-1)$ si $y = 3 - 2/x$

4.- Trobeu la derivada de les funcions següents en els punts que s'indiquen:

- a) $y = 3x^2$ P(1,3)
- b) $y = 2 - x^2$ P(0,2)

Trobeu les funcions derivades

5.- $y = x^3 - x^2 - x - 1$ 6.- $y = x^4 - 4x - 21$

7.- $y = (2x + 1)^2$ 8.- $y = -x^4 - 2x + 2$

9.- $y = 3x^3 - 3x^2 - 6x + 2$ 10.- $y = (x^4 - 3x)(2x - 3)$

10.- $y = (2x - 1)/3x$ 11.- $Y = (x^4 - 2x^2 - 1)(3x^2 - x - 3)$

12.- $y = 4x/(3x + 1)$ 13.- $y = 1/x$

14.- $y = \frac{2x + 1}{3x^2 - 2}$

15.- $y = \frac{2x - 1}{3x + 1}$

16.- $y = 2^x + 3^x + 4^x$ 17.- $y = a^x + b^x$

18.- $y = \ln(3x^2 + 1)$

19.- $y = \frac{1 + x}{1 - x}$

20.- $y = (2x^2 - 3x - 10)^{10}$ 21.- $y = \log_3(1/x - 1)$

22.- $y = 10^{x^2 - 3x - 7}$

23.- $y = (x^2 - 3x)^3 - (2x - 3)^3$

24.- $y = \frac{3x + 2}{x - 6}$

25.- $y = \log \frac{e^x - e^{-x}}{9}$

26.- $y = \frac{x^3 - x^2 - 1}{2x^2 - 3x} \cdot 2$

27.- $y = x^2 \ln x - 1/\ln x$

28.- $y = \ln \frac{2x^2 - 2x + 2}{3x^2 - 5x + 11}$

29.- $y = \frac{\sqrt{x^2 - 3x - 1}}{x^2 - 3x - 1}$

30.- $y = \frac{\ln(2x + 3)}{x + x^2}$

31.- $y = \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{\sqrt{1 - \ln x}}$

32.- $y = \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{\sqrt{x^2 - 3x + 1}}$

33.- $y = \frac{\sqrt{1 + \ln(2x + 1)}}{1 + x^2 + x^3}$

34.- $Y = (1 + \log_5(x + 2))^2$

35.- $Y = \log_7 \frac{2 + x \ln x}{2 - x \ln x}$

36.- $Y = \frac{3^x + x - 2x^2 - 1}{2 + x^3 - \ln x}$

37.- $Y = \log_2 \frac{1 + (x + 1)^3}{2 - (2x - 1)^3}$

38.- $Y = \frac{e^x + e^{2x} - 2}{\sqrt{x^4 - 3x^2}}$

39.- $Y = \text{Ln} \frac{e^{x^2 - 2x} + e^x}{e^x + e^{-x}}$

40.- $Y = 10^{x^2 - 3x + 1}$

41.- $Y = (10^{-x}) (x^{10})$

42.- $Y = \sin(\sin(\sin x))$

43.- $Y = 3x^2 \cdot x$

44.- $Y = 10^{3x - 2 - 1/x}$

45.- $Y = (1/\ln x)^{2x}$

46.- $Y = (x^2 - 4x + 3)^x$

47.- $Y = 1/\log x$

48.- $y = \text{Ln}(\ln(\ln x))$

49.- $Y = (2x - 1)/(3x - 4)^2$

50.- $Y = \sin 3x$

51.- $Y = \sin^2 3x$

52.- $Y = \cos(-x)$

53.- $Y = \cos(3x - 3)$

54.- $Y = \cos x^2$

55.- $Y = \text{tg}^2(2x + 2)$

56.- $Y = \text{cotg} x$

57.- $Y = \text{sec} 3x$

58.- $Y = \text{cosec}(2x - 1)$

59.- $y = \sin(1/x)$

60.- $Y = \cos \left(\frac{1}{\sin(-1/x)} \right)$

61.- $Y = \ln \frac{\sqrt{1 + \cos x}}{\sqrt{1 - \cos x}}$

62.- $Y = \text{tg} \ln x - \text{sec} x^2$

63.- $Y = \text{tg} \frac{1 + \ln x}{1 - \ln x}$

64.- $Y = 5 \text{tg}^5 5x^5 - 2 \cos 3x^2$ 65.- $Y = 2 \sin^2 x + 2 \cos^2 x$

66.- $Y = (\sin x - \cos x) / (\cos x + \sin x)$

67.- $Y = \text{tg}(\ln(\cos(-x)))$

68.- $Y = \sin^2 x \cdot \cos^3 x$

69.- $Y = \frac{1 + \text{cotg} x}{1 - \text{cotg} x}$

70.- $Y = \text{arctg} x^2$

71.- $Y = \arcsin(3x - 1)^2$

72.- $Y = \sin^2(3x - 1)^2$

73.- $Y = \arccos \ln 3x$

74.- $Y = (\arcsin x)^3 - \arcsin x^3$

75.- $Y = e^{\arctg x}$

76.- $Y = 1/\operatorname{tg}^2 x$

77.- $Y = x^{\cos x}$

78.- $Y = \arcsin e^{x^2 - 1}$

79.- $Y = \operatorname{arccotg} x^2$ 80.- $Y = \operatorname{arccosec} 2x$ 81.- $Y = \operatorname{arccotg} x^2$

82.- $Y = \ln \frac{\arcsin x}{x}$

83.- $Y = \arcsin(-1/x)$

84.- $Y = 3^{\arctg x}$

85.- $Y = \log_2 \frac{1 + \sin 3x}{1 + \cos 3x}$

86.- $Y = \arccos \frac{1 - x^2}{3x}$

87.- $Y = \sqrt{\arcsin \frac{3x-1}{3x+1}}$

88.- $x = \frac{(t-1)^2}{2t-4}$

89.- $R = 1/\sqrt{t^2 - 3t}$ 90.- $Y = (\operatorname{tg} x) / x$ 91.- $Y = \operatorname{tg} \frac{x+1}{2}$

92.- $Y = \operatorname{arctg}(x - \ln x)$ 93.- $y = \sin(\sin(1/\sin x))$

94.- $Y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{x^2}$ 95.- $Y = x^x + (2x)^{\sin x}$

96.- $Y = (\sin x)^x - (\cos x)^x$ 97.- $Y = 10^{1 - 4\sin 23x}$

98.- $Y = x^{\ln x} - (\ln x)^x$

99.- $Y = \ln \sin \sqrt{\operatorname{arctg} e^{3x}}$ 100.- $Y = a^x \cdot x^a$

101.- $Y = \sqrt{\sin x}$

102.- $Y = 2 \arcsin(x-2) - \sqrt{2 + 4x - x^2}$

103.- $Y = \ln (1/\sin^2 x)$ 104.- $Y = \operatorname{Intg}(x/2)$

105.- $Y = \operatorname{cotg} x \ln(1 + \sin) + x$ 106.- $y = \sin(1/\sin x)$

107.- $Y = \arccos x^2$ 108.- $Y = \ln \cos \operatorname{arctg} e^x$

109.- Trobeu $y'(0)$ si $y = \cos x + \sin x$

110.- Trobeu $y'(-1)$ si $y = xe^{-x} + e^x$

111.- Trobeu $y''(1)$ si $y = 1/x$

En els exercicis següents trobeu la segona derivada

112.- $Y = \sin x + \cos x$ 113.- $y = \operatorname{arctg} x^2$ 114.- $y = \ln x$

115.- $y = 2\cos^2 2x$ 116.- $y = \operatorname{tg} x$ 117.- $y = \sec x$

118.- $y = \operatorname{xtg} x$ 119.- $y = (\arcsin x)^2$

120.- $y = (\sin x)^{\cos x}$ 121.- $y = \sec x$

Trobeu la derivada enèsima de les funcions

122.- $y = e^x$ 123.- $y = a^x$ 124.- $y = \log x$ 125.- $y = 1/x$

126.- Deriva i simplifica $y = \operatorname{arctg} \frac{x+4}{1-4x}$

128.- Deriva i simplifica $y = \ln \sqrt{\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}}$

APLICACIONS DE LES DERIVADES

1.- Estudia el creixement, els màxims i els mínims de la funció $y = x^3 - 6x^2 + 15x - 8$

2.- Determineu els intervals en els quals és creixent la funció, els màxims i els mínims de $y = x^3 - 3x^2 - 2x - 1$

3.- Troba els màxims, els mínims i estudia el creixement de la funció $f(x) = x^4 - x^3$

4.- Estudieu el creixement de la funció $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$

5.- Estudieu els intervals de creixement de la funció, així com els màxims i els mínims a) $y = x \cdot e^{-x}$ b) $y = \sin 2x$

6.- Trobeu els màxims i mínims de la funció a) $y = x^3 + x^2 + 1$ b) $2x^3 - 3x^2$

7.- Trobeu els màxims i mínims de la funció $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$

8.- Trobeu en l'interval $[0, \pi]$ els màxims i mínims de les funcions a) $y = 2\sin 2x$ b) $y = \cos^2 x$

9.- Trobeu els màxims i els mínims de les funcions a) $y = x^{30}$ b) $y = x^{29}$ c) $y = x^4 + 2$

10.- Trobeu els màxims i els mínims i el creixement de la funció a) $y = \frac{2x-1}{x+2}$ b) $y = \frac{x}{x^2+1}$

11.- Troba els màxims i mínims de la funció $f(x) = x^3/(x-1)$

12.- Trobeu a, b i c en la funció $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ sabent que té un màxim en el punt (-4, 26) i un mínim quan $x=0$

13.- Hi ha algun valor de K que faci que $y = xe^{kx}$ tingui un màxim quan $x=1$

14.- Trobeu els punts d'inflexió i estudieu la concavitat de les funcions a) $y = x^4$ b) $y = x^5$ c) $y = x(x-1)^3$

15.- Trobeu els punts d'inflexió de les funcions a) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 9$ b) $y = x^3 - 3x^2 + 7x + 1$

16.- Trobeu els punts d'inflexió de les funcions a) $y = x \ln x$ b) $y = x^2 \ln x$

17.- Estudieu la concavitat de les funcions a) $y = x^3 - 3x^2 + 1$ b) $y = x^4 - x^3 + 5x$

18.- Estudieu la concavitat de les funcions a) $y = \ln x$ b) $y = \operatorname{tg} x$

19.- La funció $y = 3x^2 + bx + cx + d$ passa pel punt(-1, 0) i té un màxim en el punt (0,4). Trobeu la funció i els altres punts singulars.

20.- La funció $f(x) = x^3 + bx + 8$ té un mínim quan $x = 1$. Quin és el valor de b?

21.- Determineu si és creixent la funció $f(x) = \sin x$ quan $x = 0$.

22.- Determineu la concavitat de la funció $y = x \cdot e^x$ quan $x = -1$.

23.- Trobeu els màxims i els mínims de les funcions

a) $y = x^2(1 - x^2)$ b) $x = 2 + t - t^2$

24.- Determineu els punts d'inflexió de la corba $y = (\ln x)/x$

25.- Determineu els intervals de concavitat de les funcions

a) $y = x^2(1 - x^2)$ b) $y = (\ln x)/x$

26.- Trobeu la tangent a les corbes

a) $y = \sin x$ en el punt $x = \pi/3$
 b) $y = \ln x$ en el punt $x = 2$

27.- Trobeu la tangent a les corbes

a) $y = \arctg x$ en el punt $x = 0$
 b) $y = \tg x$ en el punt $x = -\pi/4$

28.- Trobeu la tangent i la normal a les corbes

a) $y = x^3 - 3x^2 - 1$ en el punt en que talla l'eix y
 b) trobeu la tangent a la corba anterior en el punt $x=0$

29.- Trobeu l'equació de la tangent i la normal a la corba $y = x^2 + 2x$ i que sigui paral.lela a la recta $y = 2x$

30.- En quins punts la corba $y = x^3 - 3x^2$ té la tangent paral.lela a l'eix x

31.- Trobeu les equacions de les tangents a les corbes $y = x^2$ i $y = \sqrt{x}$ en els punts d'intersecció

32.- Donada la funció $f(x) = 3 \cos x + 4 \sin x$, calculeu

a) el seu valor màxim (penseu fórmules d'adició d'angles)
 b) Els punts de tall a l'eix de les x compresos entre 0 i 3

ESTUDI DE FUNCIONS

1.- Trobeu les asímptotes oblíquies en els casos

a) $y = x^2/(x - 1)$ b) $y = x^3/(x^2 + 1)$

2.- Representeu gràficament les funcions

a) $y = x^2 - 4x + 3$ b) $y = x^2 - 6x + 8$

3.- Representeu gràficament $f(x) = 2x^3 - 14x + 12$

4.- Representeu gràficament $f(x) = x^4 - 6x^2$

5.- Representeu gràficament $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$

6.- Representeu gràficament $y = \sin 3x$ (primera volta)

7.- Representeu gràficament $y = \cos^2 x$ (primera volta)

8.- Representeu gràficament $y = \sin x - \cos x$

9.- Representeu gràficament $y = 1/x$

10.- Representeu gràficament $y = \tg x$

11.- Representeu gràficament $y = \sec x$

12.- Representeu la funció $y = e^{-x}$

13.- Representeu la funció $y = xe^x$

14.- Representeu la funció $y = \ln x$

15.- Representeu la funció $y = 9 - x^2$

16.- Representeu la funció $y = \ln(x^2 - 5x + 4)$

17.- Representeu la funció $y = x/\ln x$

18.- Fes un esquema de les funcions:

a) $y = \ln(x+1)$ b) $y = (x-1)(x+2)^2$ c) $y = \cos x$
 d) $y = \sin x$ e) $y = \tg c$ f) $y = e^{-x}$

indicant els trets principals

18.- Fes un esquema de les funcions següents fixant-te en el punts de tall i la tendència quan x tendeix a més o menys infinit:

a) $f(x) = (x-1)^2(x+1)$ b) $f(x) = x(x-1)(x-2)(x+1)$

c) $f(x) = (2-x)(x-3)x$ d) $f(x) = -(x-2)^2(x+2)^2$

19.- Fes un esquema de la funció $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$. A partir d'aquest estudi esquematitza la funció $y = 1/f(x)$

20.- Representa les funcions:

a) $y = |x(x-1)(x-2)|$ b) $y = |\sin x|$ c) $y = |2x + 5| - 4$
 d) $y = |x^2 - 2| + 1$ e) $y = -|\cos x|$

21.- Representa esquemàticament (no cal fer les derivades) les funcions següents indicant els punts de tall als eixos i les asímptotes (cas que n'hi hagi): a) $y = -2(x+1)(x-3)$
 b) $y = 2/(x+1)x$ c) $y = 2 \ln(x-2)$ d) $y = 2e^{-2x}$

22.- Donada la funció $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$

a) Troba els punts de tall i el comportament a l'infinit
 b) Representa la funció c) Representa la funció $g(x) = 1/f(x)$
 d) Representa la funció $h(x) = f(x-2)$ e) Representa la funció $k(x) = |f(x)|$

23.- Donada la funció $f(x) = 2x^2/(x^2 - 1)$, determina

a) Les asímptotes verticals i horitzontals
 b) Els màxims i mínims

24.- Donada la funció $f(x) = x^3 - 4x$

a) Troba els seus màxims, mínims i punts d'inflexió
 b) Dibuixa la funció
 c) Representa la funció $y = 2/f(x)$

25.- Representa esquemàticament les funcions

a) $f(x) = (x+1)(x-2)x$ b) $y = 1/f(x)$ c) $y = |f(x)|$
 Justifica la resposta

26.- Troba els màxims, mínims i punts d'inflexió de la funció $y = x e^x$

27.- Representa esquemàticament: a) $y = 3 \sin(x - \pi/3)$ b) $y = 1/(x^2 - 1)$ c) $y = |x^2 - 1|$ d) $y = 2 \sin(x + \pi/6)$

28.- Estudia el màxim, mínim i els intervals de creixement de les funcions: a) $y = x^3 - 2x^2 + x - 2$ b) $y = x - \cos x$

29.- Troba el punts d'inflexió i els intervals de concavitat i convexitat de: a) $y = (x-1) \cdot e^x$ b) $y = x \cdot e^{2x}$

INTEGRALS INDEFINIDES:

1) $\int x dx =$

2) $\int x^2 dx =$

3) $\int x^3 dx =$

4) $\int x^4 dx =$

5) $\int x^5 dx =$

6) $\int x^6 dx =$

7) $\int x^7 dx =$

8) $\int x^8 dx =$

9) $\int x^9 dx =$

10) $\int x^n dx =$

11) $\int x^{-2} dx =$

12) $\int x^{-3} dx =$

13) $\int x^{-4} dx =$

14) $\int x^{-5} dx =$

15) $\int x^{-6} dx =$

16) $\int x^{-7} dx =$

17) $\int x^{-8} dx =$

18) $\int x^{-9} dx =$

19) $\int x^{-10} dx =$

20) $\int x^{-11} dx =$

21) $\int \frac{1}{x^2} dx =$

22) $\int \frac{1}{x^3} dx =$

23) $\int \frac{1}{x^4} dx =$

24) $\int \frac{1}{x^5} dx =$

25) $\int \frac{1}{x^6} dx =$

26) $\int \frac{1}{x^7} dx =$

27) $\int \frac{1}{x^8} dx =$

28) $\int \frac{1}{x^9} dx =$

29) $\int \frac{1}{x^{10}} dx =$

30) $\int \frac{1}{x^{11}} dx =$

31) $\int \sqrt{x} dx =$

32) $\int \sqrt[3]{x} dx =$

33) $\int \sqrt[4]{x} dx =$

34) $\int \sqrt[5]{x} dx =$

35) $\int \sqrt[6]{x} dx =$

36) $\int \sqrt[7]{x} dx =$

37) $\int \sqrt[8]{x} dx =$

38) $\int \sqrt[9]{x} dx =$

39) $\int \sqrt[10]{x} dx =$

40) $\int \sqrt[11]{x} dx =$

41) $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx =$

42) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx =$

43) $\int \frac{1}{\sqrt[4]{x}} dx =$

44) $\int \frac{1}{\sqrt[5]{x}} dx =$

45) $\int \frac{1}{\sqrt[6]{x}} dx =$

46) $\int \frac{1}{\sqrt[7]{x}} dx =$

47) $\int \frac{1}{\sqrt[8]{x}} dx =$

48) $\int \frac{1}{\sqrt[9]{x}} dx =$

49) $\int \frac{1}{\sqrt[10]{x}} dx =$

50) $\int \frac{1}{\sqrt[11]{x}} dx =$

51) $\int 2x(x^2 - 3)^2 dx =$

52) $\int 3x^2(x^3 + 4)^3 dx =$

53) $\int 7x^6(x^7 - 5)^4 dx =$

54) $\int x(x^2 + 3)^2 dx =$

55) $\int x^2(x^3 + 5)^3 dx =$

56) $\int 5x^3(x^4 + 7)^2 dx =$

57) $\int \sin x(\cos x)^2 dx =$

58) $\int 2x^4\sqrt{x^2 - 3} dx =$

59) $\int 6x\sqrt[3]{(x^2 - 3)^2} dx =$

60) $\int \frac{2x}{(x^2 - 3)^5} dx =$

61) $\int \frac{2x^3}{(x^4 - 3)^7} dx =$

62) $\int \frac{3x^2 + 4}{(x^3 + 4x)^5} dx =$

63) $\int \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2 - 3}} dx =$

64) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[4]{(\sin x)^5}} dx =$

65) $\int e^x(e^x - 3)^2 dx =$

66) $\int \frac{1}{x}(\ln x)^3 dx =$

67) $\int \frac{1}{2x} \frac{1}{\sqrt[4]{(\ln 2x)^5}} dx =$

68) $\int \frac{\cos(3x-1)}{\sqrt[4]{\sin^5(3x-1)}} dx =$

69) $\int \frac{\sec^2 x}{(\tan x)^5} dx =$

70) $\int \frac{3e^{3x}}{(e^{3x} + 4)^5} dx =$

71) $\int \frac{1}{x} dx =$

72) $\int \frac{4x^3}{(x^4 - 3)} dx =$

73) $\int \frac{x^4}{(x^5 + 4)} dx =$

74) $\int \frac{\sec^2 x}{\tan x} dx =$

75) $\int \tan x dx =$

76) $\int \cot ag x dx =$

77) $\int \frac{2x-3}{x^2-3x+1} dx =$

78) $\int \frac{\sin 3x}{2+\cos 3x} dx =$

79) $\int \frac{\cos(3x-1)}{5-\sin(3x-1)} dx =$

80) $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx =$

81) $\int \sec x dx =$

82) $\int \operatorname{cosec} x dx =$

83) $\int \sin x dx =$

84) $\int \sin 2x dx =$

85) $\int \sin 3x dx =$

86) $\int \frac{7}{x^2} \sin \frac{2}{5x} dx =$

87) $\int \sin(3x-1) dx =$

88) $\int 3x \sin(4x^2 - 5) dx =$

89) $\int x^2 \sin(7x^3 + 6) dx =$

90) $\int \sin\left(\frac{3x-1}{5}\right) dx =$

91) $\int f'(x) \sin(f(x)) dx =$

92) $\int \cos x dx =$

93) $\int \cos 2x dx =$

94) $\int 5 \cos 3x dx =$

95) $\int \frac{9}{x^2} \cos \frac{3}{4x} dx =$

96) $\int 9 \cos(3x-1) dx =$

97) $\int x \cos(7x^2 + 5) dx =$

98) $\int \cos\left(\frac{3x-1}{5}\right) dx =$

99) $\int \cos\left(\frac{6x-7}{7}\right) dx =$

100) $\int f'(x) \cos(f(x)) dx =$

101) $\int e^x dx =$

102) $\int e^{3x} dx =$

103) $\int e^{(2x-3)} dx =$

104) $\int x e^{(x^2-3)} dx =$

105) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx =$

106) $\int e^{3x-2} dx =$

107) $\int 5e^{6x} dx =$

108) $\int \sin x e^{\cos x} dx =$

109) $\int \cos(3x) e^{\sin(3x)} dx =$

110) $\int f'(x) e^{f(x)} dx =$

111) $\int 2^x dx =$

112) $\int 3^x dx =$

113) $\int 4^{2x} dx =$

114) $\int 5^{(4x-1)} dx =$

115) $\int \left(\frac{4}{3}\right)^{(7x+1)} dx =$

116) $\int x \cdot 6^{(4x^2-1)} dx =$

117) $\int \cos x \cdot 7^{\sin x} dx =$

118) $\int \frac{8^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx =$

119) $\int \frac{9^{\log_7(4x-1)}}{4x-1} dx =$

120) $\int \sec^2 x \cdot 11^{\tan(x)} dx =$

121) $\int \cos 9x \cdot 7^{\sin 9x} dx =$

122) $\int f'(x) \cdot a^{f(x)} dx =$

MES INTEGRALS

1.- $\int (x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) dx$

2.- $\int (2x^2 - 3x - 11/3) dx$

3.- $\int \frac{-dx}{x}$

4.- $\int \frac{dx}{x^2}$

5.- $\int \sqrt{x} dx$

6.- $\int (-x^2 - x - x^{-1/2}) dx$

7.- $\int (3x^3 - 3x - \sqrt{x} - 1) dx$

8.- $\int (x-2)^4 dx$

9.- $\int (3x-1)^7 dx$

10.- $\int (x-2)^4 dx$

11.- $\int (4x^2 - 3)^{10} x dx$

12.- $\int (4x^2 - 3)^{10} \cdot 8x dx$

13.- $\int (3x^3 - 6)^3 x^2 dx$

14.- $\int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^3} - \frac{4}{x^4}\right) dx$

15.- $\int (4x^2 - 4) 10x dx$

16.- $\int \frac{2x dx}{x^2 - 1}$

17.- $\int \frac{x dx}{3x^2 - 1}$

18.- $\int \frac{5x^4 dx}{6x^5 + 10}$

19.- $\int (3x^3 - 3x^2 + 1) dx$

20.- $\int \sqrt{x+1} dx$

21.- $\int \frac{dx}{(x-2)^2}$

22.- $\int \frac{2 dx}{(2x-3)^4}$

23.- $\int \frac{6x+3}{x^2+x} dx$

24.- $\int \frac{3x^2}{x^3-x} dx$

25.- $\int \frac{10x}{x^2-8} dx$

26.- $\int \frac{dx}{x+6}$

27.- $\int \frac{6x dx}{3x^2+1}$

28.- $\int \frac{e^x}{e^x+2} dx$

29.- $\int \sin^4 x \cos x dx$

30.- $\int \cos 3x dx$

31.- $\int \sin 4x dx$

32.- $\int \operatorname{tg} x dx$

33.- $\int \operatorname{cotg} x dx$

34.- $\int \sin(3x+4) dx$

35.- $\int \frac{\sin 2x dx}{3 + \cos 2x}$

36.- $\int \frac{dx}{1+(3+x)^2}$

37.- $\int \frac{dx}{9+16x^2}$

38.- $\int \sec x dx$

39.- $\int \operatorname{cosec} x dx$

40.- $\int \frac{5}{7+3x^2} dx$

41.- $\int e^x \cos e^x dx$

42.- $\int \frac{\sin \sqrt{x} dx}{\sqrt{x}}$

43.- $\int \frac{dx}{\sqrt{16-9x^2}}$

INTEGRALS DEFINIDES:

Calculeu les integrals

1) $\int_0^1 (x^2 + x + 1) dx =$

2) $\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx$

3) $\int_1^e \frac{1}{x} dx =$

4) $\int_{-3}^3 (x^3 - 4x) dx$

5) $\int_0^1 x \cdot e^{2x} dx =$

6) $\int_{-4}^4 (x^2 - 4) dx =$

7) $\int_{-4}^4 |x^2 - 4| dx =$

8) $\int_0^{2\pi} \sin x dx =$

9) $\int_0^{2\pi} |\sin x| dx =$

ÀREES I VOLUMS:10) Calculeu l'àrea compresa entre la funció $f(x) = \sin x$, l'eix d'abscisses entre 0 i 2π .11) Busqueu una funció que prengui el valor 12 per $x = 1$ i que la seva derivada sigui $3x^2 - 2x + 6$.12) Trobeu l'àrea compresa entre la corba $y = \sin x$ i l'eix x entre 0 i π .13) Trobeu l'àrea limitada per la paràbola $y = x^2 - 9$ i l'eix d'abscisses.14) Trobeu l'àrea compresa entre la paràbola $y = x^2 - 5x + 6$ i la recta $y = 2x$.15) Trobeu l'àrea compresa entre les paràboles $y = x^2 - 6x + 5$ i $y = 5 + 6x - x^2$.16) Trobeu l'àrea limitada per la corba $y = x^2$, l'eix d'abscisses i la tangent a la corba en el punt $P(1, 1)$.17) Calculeu l'àrea limitada per la corba $y = x^2 - 4$, l'eix de les x i la tangent a la corba en el punt $x = 1$.18) Es dona la paràbola $y^2 = 6x$. Es talla per la recta $x = 6$. En els punts d'intersecció es tracen les tangents. Trobeu l'àrea del mixtilini format per la paràbola i les tangents.19) Calculeu el volum del cilindre engendrat pel rectangle limitat per les rectes $y = 2$, $x = 1$, $x = 0$ i $y = 0$ quan gira entorn de l'eix x .20) Calculeu el volum del sòlid que s'obté en girar la porció de corba $y = \sin x$ compresa entre 0 i π .21) Determineu el volum determinat per la superfície compresa entre les corbes $y = 2x^2$ i $y = 4$ quan gira entorn de l'eix d'abscisses.